LA REPRESENTACIÓN GRÁFICA EN EL ESTUDIO DEL MOVIMIENTO

Ing. Aníbal O. García
agarcia@perarg.com.ar

Habitualmente, en estos tiempos dominados por la informática y la televisión, suele identificarse la representación gráfica con la *video-animación*. Este procedimiento intenta la reproducción del desarrollo del siniestro, mediante un conjunto de imágenes presentadas en forma secuencial, generando de esta manera la sensación de una *película del hecho*. De hecho un film, no es otra cosa mas que la reproducción ordenada de varias imágenes. Para quien desee interiorizarse sobre esta tecnología de representación, aplicada al estudio e información de hechos de tránsito, puede acudir a la extensa bibliografía sobre el tema (1).

La imagen no es solo la de la tv o la animación en video; ni siquiera la graficación en el dibujo. Esta forma de utilización de la imagen gráfica es de gran utilidad para explicar los resultados a personas interesadas en el hecho, ajenas al lenguaje físico matemático.

La representación gráfica, animada o fija, sólo puede desarrollarse una vez deducido el proceso investigado, cuando se han realizado todos los cálculos y verificaciones, y se han obtenido las conclusiones pertinentes en forma segura, es decir con un grado de indeterminación acotado. De ese tipo de representación gráfica ***no*** se ocupa este artículo.

Las relaciones matemáticas, que identifican o modelizan –entre otras cosas-, fenómenos físicos relacionados con los siniestros que se pretenden revelar, pueden expresarse en forma gráfica, y emplearse como herramientas de estudio en el proceso de investigación, para identificar las formas más probables de ocurrencia del hecho, ayudar a establecer los márgenes de probabilidad de algunos parámetros (velocidades, aceleraciones) asociados con indicios y evidencias relevados entre los rastros (deformaciones, huellas sobre el pavimento, etc.).

En el presente artículo se presentan en forma sumaria los principios de la geometría analítica y elementos del análisis matemático que se utilizan en el análisis gráfico, y algunas aplicaciones más frecuentes utilizadas en el estudio de siniestros viales

---

(1) Para una visión amplia y detallada sobre el tema, véase Lic. Gustavo A. Enciso - LETRADOS Y PERITOS TECNOLOGÍA Y COMUNICACIÓN - Jornada de intercambio interdisciplinario *El Derecho y la Investigación de accidentes de tránsito,* Paraná, Octubre de 2004

FUNCIONES

Una ecuación general del tipo

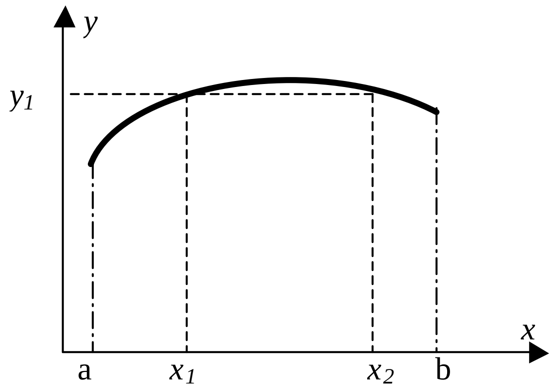
$$y = A\,x^n + B\,x^{n-1} + ... + R\,x + S$$

donde *y* es la *función* o *variable dependiente*, *x* es el *argumento* , la *variable independiente* (o bien *la variable* a secas), y A, B...R, S son números, expresa una relación bi-unívoca concreta. La notación general de esta relación se expresa como

$$y = f_{(x)} \text{ (y es una función de x)}$$

Para cada valor de *x* existe uno (o más de uno) valores de *y* concretos y determinados. En el primer caso la función se denomina *uniforme*; en el segundo es una función *multiforme*. Y viceversa, para cada valor de *y* existe uno (o más de uno) valores de *x* determinados.

La función y puede representarse en un gráfico de coordenadas, donde el eje horizontal (o de *abcisas*) habitualmente se emplea para representar la variación de la variable (x) y el eje vertical (o de *ordenadas*) para la función, de la manera ejemplificada en el siguiente gráfico.



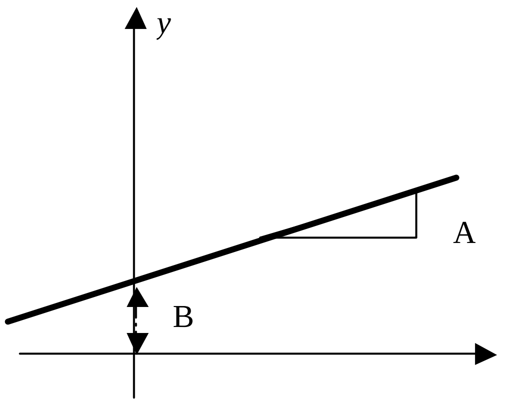
De acuerdo a lo dibujado, es una función multiforme, donde para dos valores de la variable (x_1 y x_2) existe un mimo valor de la función (y_1).

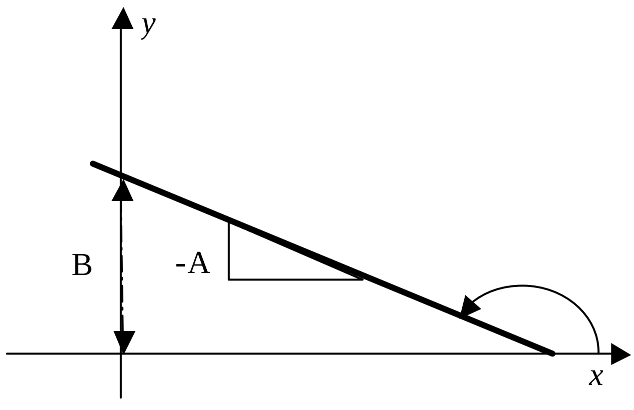
Para el análisis de la gran mayoría de los fenómenos asociados a los siniestros viales, es suficiente con el empleo de algunas funciones simples, de primer y segundo grado.

La función de *primer grado* tiene como expresión general

$$y = A\,x + B$$

donde A es el *coeficiente* de la variable y B el *término independiente*. En la representación gráfica A es la *pendiente* o valor de la tangente del ángulo que forma la recta con el eje de abcisas. B es la *ordenada al origen*, valor de la función cuando la variable *x* = 0.





El valor negativo del coeficiente indica una pendiente negativa, o lo que es lo mismo que el ángulo respecto del eje de las x es mayor que 90°. La ordenada al origen es también llamado el valor inicial de la función simbolizado por el término y_0, o $f_{0(x)}$. El valor de la variable donde la función se anula (gráficamente, donde la recta intersecta el eje de abcisas), es la *raíz* de la ecuación, y el valor de la variable independiente será en ese caso el que resulte d ela ecuación

$$A\,x_R + B = 0; \qquad x_R = -(B / A)$$

La función de segundo grado tiene la expresión general

$$y = A\,x^2 + B\,x + C$$

donde A es el término cuadrático, B el término lineal y C el término independiente. La representación gráfica de la función de segundo grado es una parábola de dos ramas, con el eje vertical (paralelo al eje de las y). Si las ramas son hacia arriba o hacia abajo dependerá del signo del término cuadrático (+ o -, respectivamente).

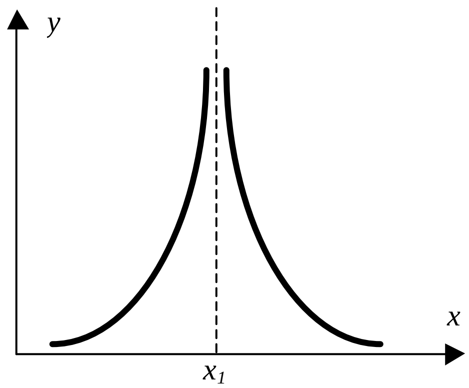
La ecuación de segundo grado tiene dos raíces determinadas por la solución de

$$A\,x^2 + B\,x + C = 0$$

$$x = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4\,A\,C}}{2\,A}$$

Una característica de las funciones es la *continuidad* o *discontinuidad* dentro de un rango o *campo de existencia* de la función. Las funciones desarrolladas hasta ahora son funciones continuas. En el primer ejemplo, la función es continua en el campo donde x varía entre los valores a y b. Resultará simbolizado de la siguiente manera

$$y = f_{(x)}\ ;\ [a < x < b] \quad \text{(función de } x\text{, para todo valor entre a y b)}$$



La función representada en la gráfica anterior no está definida en $x = x_1$; en este caso presenta una *discontinuidad*. Es decir que la función es continua para $x < x_1$ y para $x > x_1$ pero en el valor correspondiente a x_1 el valor esta indeterminado.

DERIVADA DE UNA FUNCION

Las funciones continuas (y muchas de las discontinuas) son *derivables*. Se llama *derivada* de una función a otra función (función *derivada*) que cumple la condición de ser el límite del cociente entre el incremento de la función (? *y*) y el incremento de la variable (? *x*) cuando este último tiende a cero. Formalmente resultará:

$$y' = f'_{(x)} = \frac{d(f_{(x)})}{dx} = \lim_{?x \to 0} \frac{?y}{?x}$$

La regla general de la derivación de una función polinómica del tipo

$$y = A\,x^{n} + B\,x^{n-1} + \dots + R\,x + S$$

es una función de orden menor al de la función principal, expresada

$$y = n\,A\,x^{n-1} + (n-1)\,B\,x^{n-2} + \dots + R$$

Así, la función derivada de una función de segundo grado es una función de primer grado

$$y = A\,x^{2} + B\,x + C$$

$$y' = 2\,A\,x + B$$

y su representación es la ecuación de la recta. Una función de primer grado (representada por una recta), tiene como derivada un número constante.

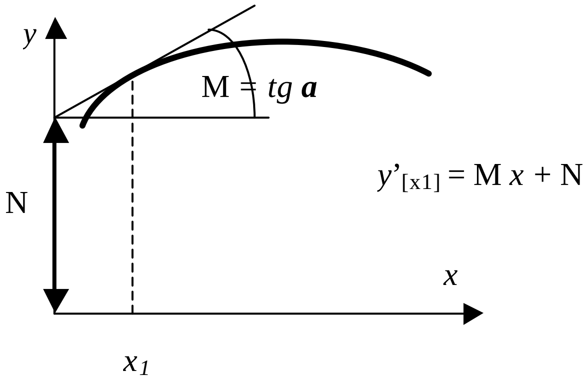
Por extensión las funciones raíces y las funciones inversas, pude expresarse con exponentes fraccionarios y negativos

$$v\,x = x^{½}; \qquad A/x = A\,(x)^{-1}$$

tendrán como derivadas respectivamente

$$½\,x^{-1/2} = 1/(2\,vx); \qquad -A\,(x)^{-2} = -A/x^{2}$$

El valor de la función derivada (o simplemente el valor de la derivada) de una función en un punto representa la pendiente (tangente del ángulo respecto del eje de las *x*) de la recta tangente a la función en ese punto.



Puede observarse que una función puede ser discontinua y sin embargo estar definida la pendiente (valor de la derivada) en ese punto. En el caso representado en la página anterior, la pendiente se corresponde a un ángulo de 90° (cuya tangente es de valor infinito).

INTEGRACIÓN DE FUNCIONES

La integración es la operación inversa de la derivación. La integral de la función $f_{(x)}$ tendrá como solución la función $p_{(x)}$

$$?f_{(x)}\, dx = p_{(x)} + C$$

donde la función $p_{(x)}$ –llamada la función *primitiva*-, cumple la condición

$$f_{(x)} = \frac{d(p_{(x)})}{dx}$$

La constante C, *constante de integración*, dependerá de las condiciones de contorno o de borde a la que se aplique función primitiva en concreto. Esta resulta una cuestión práctica de adecuación de la función $p_{(x)}$ a las circunstancias específicas del fenómeno analizado. El valor de la constante se determina reemplazando valores de la función para situaciones donde la misma está definida (los *bordes* de la función).

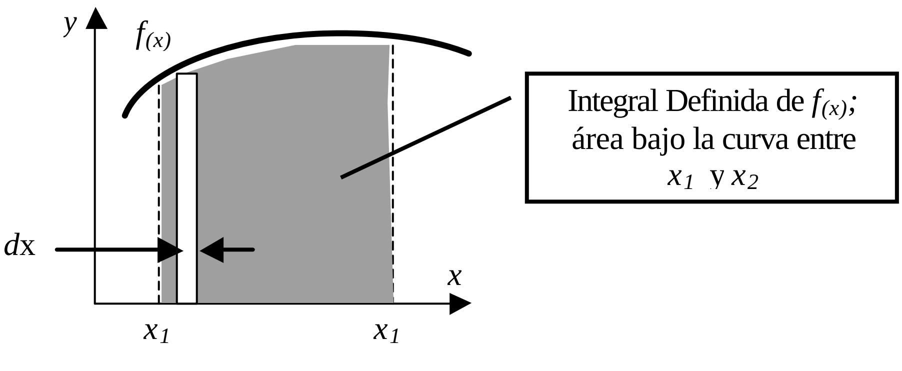
La integral expresada como función más una constante como solución, es denominada *integral indefinida*. Sin embargo, una forma más útil para aplicaciones técnicas es la llamada integral definida, por los límites de integración. Estos son valores definidos de la variable independiente x_1 y x_2, tal que la integración de $f_{(x)}$ resulta la diferencia de la función primitiva en los respectivos puntos

$$?_{(x1)}^{(x2)} f_{(x)}\, dx = [p_{(x2)} - p_{(x1)}]$$

El término dentro de la integral - $f_{(x)}\, dx$ -es la *ecuación diferencial*. Geométricamente, y dado que el diferencial dx es un infinitésimo, el término $[f_{(x)}\, dx]$ representa un elemento diferencial de área que se corresponde con el diferencial de la ecuación primitiva;

$$dp = f_{(x)}\, dx \quad \rightarrow \quad \text{elemento diferencial de área}$$

Se justifica así que el significado geométrico de la integral definida es *el área encerrada bajo la curva* $f_{(x)}$ entre los extremos x_1 y x_2, como se indica en la siguiente figura.



FUNCIONES MÁS USUALES

Unas pocas funciones características se asocian al planteo de modelos físicos empleados en el estudio e investigación de siniestros. Entre ellas se encuentran las siguientes:

Nombre	**Función**	**Función Derivada**	**Función primitiva**
De 1er. Grado; ecuación de la recta	A x + B	A	½ A x^2 + B x
De 2° grado. Ecuación de la parábola	A x^2 + B x + C	2 A x + B	? A x^3 + ½ B x^2 + C x
De exponente fraccionario	A $x^{\mathbf{n}}$ + B	**n** A $x^{\mathbf{n}-1}$	(1/**n**) A $x^{\mathbf{n}+1}$
Hipérbola; inversa	A $[x - B]^{-\mathbf{n}}$ + C	-**n** A $[x - B]^{-(\mathbf{n}+1)}$	
Senoidal	A seno (B x) + C	B A cos (B x)	-(A/B) cos (B x)
Co-senoidal	A cos (B x) + C	-B A seno (B x)	(A/B) seno (B x)

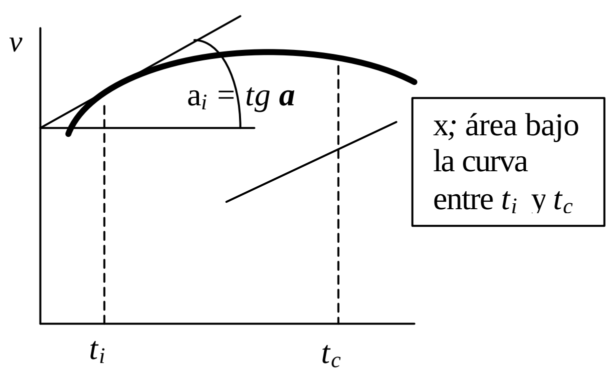
A, B, C...N son números; x es la variable independiente; **n** es un número fraccionario [A/B], con B>A.

Ud. puede acceder **sin costo** a la planilla de cálculo ***FUNCIONES*.xls**, herramienta para el cálculo inmediato de raíces de las funciones, determinar valores de la función y de su derivada en un punto y obtener el gráfico de cada una de ellas. Para ello contáctenos

USO DE FUNCIONES EN EL ESTUDIO DE SINIESTROS

Los gráficos ayudan a comprender los fenómenos físicos, predecir su tendencia, variabilidad, sensibilidad a la variación de los datos de entrada (aplicado cuando existe una indeterminación de los datos de entrada).

Los fenómenos físicos pueden ser asimilados a funciones más o menos simples. Procesando y graficando esas funciones, se tiene uno de los medios más eficientes para entender la evolución de un proceso y de las variables relacionadas con él.



Velocidad, aceleración y espacio en la representación gráfica V(t)

Las expresiones mas generales de la cinemática relacionan el espacio recorrido, la velocidad y la aceleración relacionados por las expresiones:

$$x = X(t)$$

$$v = V(t) = d[X(t)] / dt$$

$$a = A(t) = d[V(t)] / dt$$

donde X(t), V(t) y A(t) son funciones uniformes, continuas y derivables de la variable independiente tiempo (t).

La representación de la función V(t) permite apreciar en un solo gráfico o curva, las tres funciones esenciales del movimiento. El espacio recorrido es la integral de [V(t) *d*t]-, estará representada por el área debajo de la curva V(t). La aceleración en un instante cualquiera, estará representada por la pendiente de la recta tangente a V(t) en el instante correspondiente

Un modelo más o menos simple es el del movimiento lineal *uniformemente acelerado* (M.U.A.). Como su nombre lo dice, la aceleración es uniforme o constante. Resultará entonces

$$A(t) = a \ [m/s^2],$$

que integrando nos da la ecuación de la velocidad

$$V(t) = ?A(t)\, dt = \ a\ t + C.$$

La constante de integración resultará para ser coherente la velocidad inicial v_0, quedando entonces

$$V(t) = a\ t + v_0 \quad [m/s]$$

Integrando nuevamente tendremos la función del espacio recorrido

$$X(t) = ?V(t)\, dt = ½\ a\ t2 + v_0\ t + C.$$

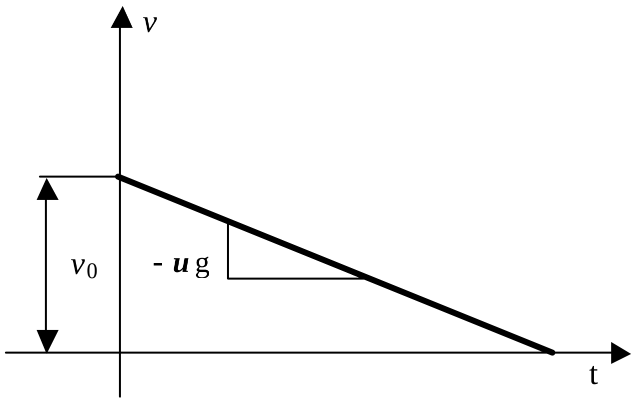
Donde la constante de integración representa la coordenada del móvil en el sistema de referencia, y en el instante inicial, x_0

$$X(t) = ½\ a\ t2 + v_0\ t + x_0.$$

Las expresiones anteriores son las formas más generales de la cinemática del MUA. La ecuación de la velocidad es una función de primer grado, representada por una recta de pendiente a y ordenada al origen v_0. Considérese el movimiento de frenado, con aceleración negativa constante de valor ***u*** g. La función de la velocidad será entonces

$$V(t) = -\ \boldsymbol{u}\ g\ t + v_0$$

Cuya representación es dada por la siguiente gráfica.



El tiempo T necesario hasta que se anule la velocidad puede deducirse del triángulo formado por la curva (una recta en este caso) y los ejes coordenados. Por la relación de tangente del ángulo se tiene el tiempo:

$$T = v_0 / \boldsymbol{u}\ g = v_0\ (\boldsymbol{u}\ g)^{-1}$$

El espacio recorrido por el móvil hasta detenerse, estará representado por el área del triángulo

$$D = ½\ v_0\ T = ½\ v_0^{\,2}\ (\boldsymbol{u}\ g)^{-1}$$

De la que despejado se obtiene el valor de la velocidad inicial v_0

$$v_0 = (2\ \boldsymbol{u}\ g\ D)^{1/2}$$

Las dos ecuaciones deducidas, el tiempo T y la velocidad v_0 son ecuaciones conocidas por los investigadores. Por otra parte podrían deducirse de las ecuaciones primarias anteriores A(t) y X(t) respectivamente. Su deducción por esta vía no tiene otra finalidad que mostrar la coherencia de las funciones y de su representación gráfica con conocimientos que podrían denominarse *de dominio público*.

Pero no es tan conocido ni sencillo abordar algunos problemas derivados de estas ecuaciones sencillas. Por ejemplo, estimar la sensibilidad de la variable dependiente a la variación de las variables independientes en las ecuaciones.

Puede definirse la sensibilidad de un fenómeno a la susceptibilidad de la variación de los resultados (o variación de la función ?y con al variación de la variable ?x. Recordando la definición de función derivada y de su significado geométrico, puede relacionarse la sensibilidad con la derivada de la función.

Tratemos de abordar el problema con un ejemplo concreto y muy frecuente. Es el relacionado con el grado de indeterminación o desconocimiento del valor exacto del coeficiente de fricción ***u***. ¿Cuánto ha de variar la velocidad en el rango de indeterminación del coeficiente en la ecuación de la velocidad original, del caso anterior?.

La ecuación puede escribirse como una función $v_0 = f_{(\boldsymbol{u})}$de exponente fraccionario del tipo

$$A\ x^{\mathbf{n}} + B, \text{ donde } A = (2\ g\ D)^{1/2};\ B = 0 \text{ y } \mathbf{n} = ½ .$$

Redondeando g = 10 la expresión puede escribirse entonces como:

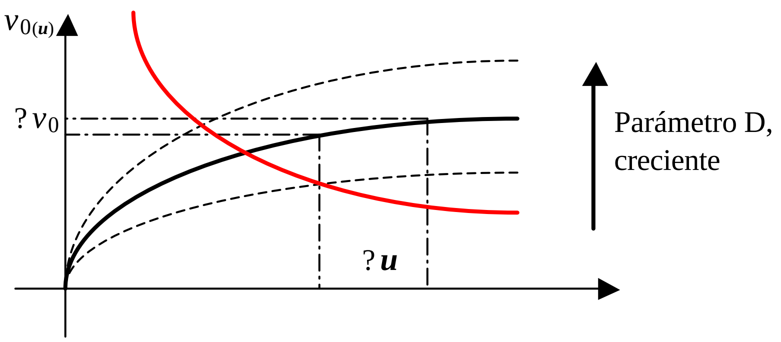
$$v_{0(\boldsymbol{u})} = (20\ D)^{1/2}\ (\boldsymbol{u})^{1/2}; \qquad \text{en el campo de validez } 0 > \boldsymbol{u} > 1$$

La derivada de la función será

$$v'_{0(\boldsymbol{u})} = ½\ (20\ D)^{1/2}\ (\boldsymbol{u})^{-1/2} = (5\ D)^{1/2}\ (\boldsymbol{u})^{-1/2}$$

que es la función de una hipérbola, en el campo de validez $0 > \boldsymbol{u} > 1$

La primera conclusión que tenemos tantas funciones $v_{0(\boldsymbol{u})}$ como valores de la distancia D podamos ingresar. Lo mismo ocurre para sus derivadas $v'_{0(\boldsymbol{u})}$. De allí que la distancia D sea el parámetro de la familia de curvas $v_{0(\boldsymbol{u})}$. La ecuación es una función de una variable independiente ***u*** parametrizada en D.



La variación de los resultados ?v_0 decrece para variaciones ?***u*** semejantes, a mayores valores de la variable ***u*.** Esa tendencia coincide con la tendencia de la función derivada (marcada con línea roja en el gráfico), que también resulta decreciente con el incremento de ***u***. Es decir que la sensibilidad a los resultados (o *salida* del modelo), para indeterminaciones constantes en la variable independiente (o en los *datos de entrada*), disminuye con el crecimiento del valor de la variable ***u***. (2)

Como ejercicio complementario, obsérvese el comportamiento en la variación de los resultados, con el crecimiento del valor del parámetro D, y discútanse los resultados.

(2) Un análisis más amplio sobre sensibilidad y propagación del error y su aplicación al análisis de siniestros, ver Custidiano y Enciso - *Propagation of error in the estimate of speed for lost of kinetic energy* – Paris, 2001. Paper SAE 2002-01-2233

Otra aplicación del uso de funciones y gráficos de funciones en el estudio de problemas relacionados con la investigación de los hechos graves en el tránsito, es el siguiente. Un peatón ha sido atropellado por un automóvil al cruzar una avenida. La velocidad de atropello ha sido estimada en virtud de la distancia de proyección y de las lesiones entre 13 y 16 m/s. Desde el punto donde se produjo el impacto el vehículo ha dejado una impronta típica de deslizamiento con las ruedas bloqueadas de 16 metros de longitud, y por las condiciones del pavimento y de los neumáticos, la incertidumbre en el coeficiente de fricción es de 0,65 a 0,80. Por el estado psicofísico y edad del conductor, el tiempo de reacción, tiempo que media entre que observa la presencia del peatón y el comienzo del bloqueo de las ruedas está entre 1 y 1,75 segundos. Interesa conocer la velocidad de circulación del automóvil, la distancia y el tiempo que mediaron entre la observación del peatón y el impacto. (3)

El problema parece complicado, porque todas las relaciones y variables resultan interdependientes. Sin embargo la graficación de la secuencia del hecho puede ayudar a empezar a clarificar la situación y desarrollar el modelo específico, representativo del suceso, y estudiarlo matemáticamente, tanto en sus resultados, como en el grado de indeterminación (o también *error*) de los resultados.

Es lógico que el vehículo circulaba a una velocidad v_0, velocidad que mantuvo durante el tiempo de reacción t_r y comenzó a desacelerar con una desaceleración $-\boldsymbol{u}$ g, y luego de recorrer la distancia D = 16 m, atropelló al peatón a una velocidad v_f. El grado de indeterminación de estos parámetros es, de acuerdo a los números enunciados, el siguiente:

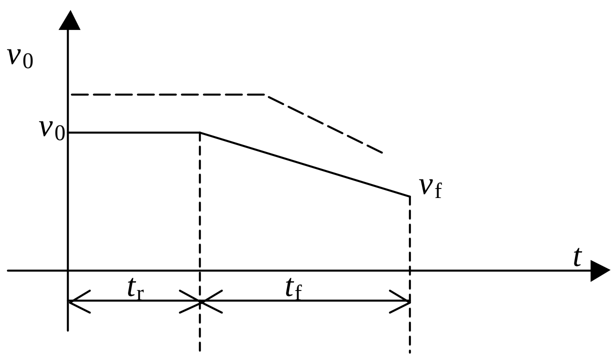
$$0,65 < \boldsymbol{u} < 0,80; \qquad 13 < v_f < 16; \qquad 1 < t_r < 1,75$$

El tiempo insumido en la frenada con bloqueo estará dado por

$$t_f = (v_0 - v_f)\,(\boldsymbol{u}\ \mathrm{g})^{-1}$$

y la velocidad de circulación (o inicial al momento de la frenada) será:

$$v_0 = (2\ \boldsymbol{u}\ \mathrm{g}\ \mathrm{D} + v_f^2)^{1/2} = (314\ \boldsymbol{u} + v_f^2)^{1/2}$$



El espacio total recorrido será la suma del trayecto desarrollado antes de iniciar el bloqueo ($v_0\ t_r$) más los 16 metros hasta el punto de impacto

$$\mathrm{D} = (v_0\ t_r) + 16$$

El tiempo total insumido será la suma del tiempo de reacción más que el que demandó recorrer los 16 metros

(3) Este problema ha sido extractado de la presentación del seminario dictado por el Ing. Carlos Morales González de la Universidad de Valencia, en el II° Congreso Internacional de Ciencias del Tránsito, Buenos Aires, Noviembre de 2004.

$T = t_r + t_f = t_r + (v_0 – v_f)\ (\boldsymbol{u}\ g)^{-1}$ donde reemplazando el valor de v_0 se tendrá

$T = t_r + [(314\ \boldsymbol{u} + v_f^{2})^{1/2} – v_f)\ (\boldsymbol{u}\ g)^{-1}$ que desarrollando y reagrupando resultará

$$T = t_r + [(314 / \boldsymbol{u}\ g^2) + (v_f / \boldsymbol{u}\ g)^2]^{1/2} – (v_f / \boldsymbol{u}\ g)$$

El término $(v_f / \boldsymbol{u}\ g)$ tiene valores extremos para la combinación de los extremos inversos de v_f y de $\boldsymbol{u}$. Algo similar sucede con el término $(314 / \boldsymbol{u}\ g^2)$. Combinando máximos y mínimos en la ecuación se tiene resultados de $0{,}956 > t_f > 0{,}855$. Adoptando el mismo criterio para la estimación de los extremos posibles de velocidad inicial v_0, se obtienen valores de 19,3 y 22,5 m/s.

Ambas determinaciones indican que el factor principal en la indeterminación del problema no está en la física del suceso (velocidad de impacto, indeterminación del coeficiente de fricción) sino en el amplio grado de variabilidad del fenómeno psicomotriz que gobierna la reacción del conductor. Si se adoptan valores medios de $t_f = 0{,}9$ s y $v_0 = 21$ m/s los resultados no serán muy distintos de considerar los extremos. Y para el dictamen pericial, o para el fallo judicial, un velocidad de 70 km/h o de 81 km/h no significan nada esencialmente distinto.

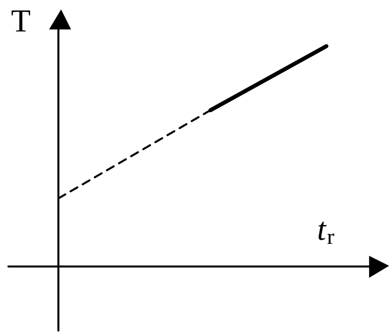
Con los valores medios considerados, las ecuaciones de tiempo y distancia requeridos se expresarán de la siguiente manera

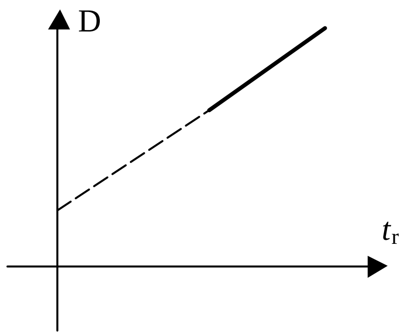
$D = (v_0\ t_r) + 16 = 21\ t_r + 16$

$37 < D < 52{,}75$ m

$T = t_r + t_f = t_r + 0{,}9$

$1{,}9 < T < 2{,}65$





Este análisis, que parece ser inútil a los fines de mostrar la utilidad del uso de funciones en el análisis de siniestros, ilustra acerca de la bajísima sensibilidad de los problemas físicos respecto a los fenómenos de orden psíquico, cuando las distancias son apreciables y los coeficientes de fricción tienden a valores por encima de 0,6. Un investigador puede incorporar a su saber estas conclusiones, como para ir al lugar del siniestro a relevar indicios asociados con los factores de apreciación (visibilidad, puntos negros y zonas ciegas) con tanta o más puntillosidad que los rastros físicos, como la distancia de proyección del atropellado o la longitud de las improntas del neumático en el pavimento. Errores de escasa magnitud en estas últimas poco afectarán en la reconstrucción del siniestro, la que quedará inconclusa, o al menos indeterminada como es el caso mostrado, por las incertidumbres insertadas en el problema por la variación en la estimación del tiempo de reacción.

Otras aplicaciones frecuentes para el estudio de hechos relacionados con colisiones de automotores, es el trabajo mecánico desarrollado durante el choque y la porción de energía cinética absorbida en el mismo. Como se recordará, se denomina *Trabajo Mecánico* al producto escalar de los vectores **Fuerza** y **desplazamiento**. Es decir que L = [**F**] x [**d**] es una magnitud escalar cuyas unidades son [fuerza-distancia; N-m = Joule]. La aplicación del producto escalar nos da una solución sencilla $L = F\ d \cos \boldsymbol{a}$, siendo $\boldsymbol{a}$ el ángulo formado por los vectores **F** y **d** .

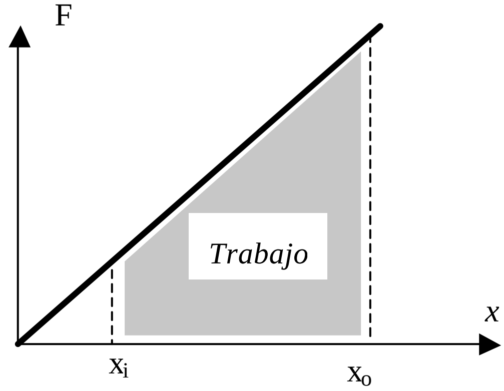
En muchos casos, como en el choque colineal, ambos vectores, fuerza y desplazamiento, están alineados, el ángulo $\boldsymbol{a}$ será cero y su coseno igual a 1, por lo que la expresión queda $L = F\ d$. En esos casos, el valor de la fuerza F es variable con el desplazamiento, de forma similar a un resorte de constante k, donde la fuerza se expresa como $F(x) = k\ x$; o en forma diferencial

$$dF(x) = k\ dx$$

resultando el trabajo entonces

$$L = ?F(x)\ dx\ L = k\ ?x\ dx = ½\ k\ x^2 + C$$

Graficando la función F(x), el trabajo será el área comprendida debajo de la curva, equivalente a la integral definida entre los puntos x_i y x_o



FUNCIONES DE ESTADO

Como se ha visto, toda función definida tiene un valor específico para un determinado valor de la variable. Es decir que existe un valor de $f_{0(x)}$ para un punto donde la variable es x_0, $f_{1(x)}$ para x_1, y así de seguido.

Algunas fenómenos físicos no poseen funciones definidas conocidas que expresen con certeza su ley de variación. Sin embargo pueden conocerse parámetros más o menos exactos para determinadas condiciones puntuales, y las relaciones que identifican la función estudiada. Las funciones están definidas entonces en algunos valores singulares de la variable o *estado*. De allí que las funciones así definidas se las denomine funciones de estado

Un ejemplo bastante usual es la variación de energía cinética durante una colisión. Por distintas apreciaciones puede conocerse el valor de la velocidad v_p en el instante que finaliza la colisión, y conociendo la masa del cuerpo calcular el valor de la energía cinética E_p. También por apreciaciones técnicas cuyo tratamiento se reserva para otra oportunidad, puede conocerse la energía cinética perdida en la colisión por efecto de la misma, con lo que puede calcularse la energía cinética E_i al inicio, suma de ambas, y deducir su velocidad v_i.

De manera tal que de la función de la energía cinética $E = ½\ m\ v^2$, se conocen dos estados singulares, y si bien no puede describirse la función de variación de velocidad (o de energía cinética) *durante* la colisión, la función está definida en el *estado previo* y en el *estado posterior*. La energía cinética está definida como función del estado *antes* y *después* de la colisión. Y puede hablarse con propiedad de la variación de la función energía cinética ?E y de la variación de la velocidad ?v (*delta*-V).

Y esta solución puede ser de mucha utilidad a los fines de resolver diversos problemas.

EJERCITACION

Resulta útil para el análisis de la ingeniería de siniestros viales, tener familiaridad con las funciones más comunes empleadas en las relaciones cinemáticas y dinámicas de los fenómenos físicos asociados a los hechos. Sobre todo acostumbrarse a formular y operar con representaciones graficas del tipo V(t), F(x) y otras que se han mostrado.

Para adquirir ductilidad en el tema, se recomienda comenzar a ejercitarse en la representación de movimiento de partículas (funciones A(t), V(t) y X(t)) partiendo de velocidades $v = V_0 > 0$ para los siguientes casos de la función aceleración (k es una constante):

i) $a = [-a_0 + k\,t]$;

ii) $a = [-\,k]$;

iii) $a = [\,k\,t]$;

iv) $a = [a_0 - k\,t]$; con $v_f > 0$.

A su vez como ejercitación e introducción en la problemática, se recomienda desarrollar los siguientes temas

1.- Sensibilidad de los errores de estimación de la energía cinética absorbida en una colisión, en función del valor medio del trabajo de deformación estimado y velocidad residual posterior al impacto.

2.- Sean dos vehículos que se mueven en la misma dirección, uno detrás del otro a igual velocidad, hasta que el que los precede realiza una frenada de pánico con una desaceleración de $-6\ m/s^2$. El conductor del vehículo que lo sigue puede reaccionar en un tiempo de 1 segundo y su vehículo, dotados de sistema de frenos ABS, le permite alcanzar una desaceleración de hasta $-11\ m/s^2$. Establecer cual debe ser la distancia en función de la velocidad de circulación, que deben mantener ambos vehículos para que el choque se produzca a una velocidad de 5 m/s, cuando el primer vehículo está detenido.

3.- Escribir la ecuación de un resorte sometido a la compresión formado por 20 espiras cuya separación entre sí es de 1 cm, cuya constante elástica es de 10 kN/m, y que se encuentra precargado con una fuerza de tracción de 400 N. Establecer el campo de validez de la ecuación y graficar.