

EL RASTRO IMPLÍCITO DEL TIEMPO EN LA MODELACIÓN MATEMÁTICA.

Si nadie nos pregunta, entendemos perfectamente lo que es el tiempo. Pero si necesitamos explicarlo, nos resulta imposible.

Ing. Aníbal Oscar García (FI-UBA) – agarcia@perarg.com.ar

Ing. Matías Emilio Tomás (FCEIA-UNR) – matiasetomas@gmail.com

■ *Versión corregida del trabajo presentado por los autores en la Jornada de Ingeniería Forense, organizada por el CIE- distrito 1 de Santa Fe y la regional de la Universidad Tecnológica Nacional, el 22 de octubre de 2014*

1.- INTRODUCCIÓN

En el universo de la mecánica clásica, la cinemática y la dinámica están expresadas como funciones del tiempo. Sin embargo, en las reconstrucciones analíticas de siniestros de tránsito y otros semejantes, sólo excepcionalmente se apela a la variable *tiempo*. Y ello se debe a que en ningún caso, los rastros tangibles levantados en el lugar de los hechos contienen datos asociados a esta variable. Incluso en las imágenes de video capturadas por cámaras, fijas o móviles (celulares incluidos), pocas veces se asocia el tiempo con otros parámetros, como el espacio, a los fines de la reconstrucción.

El tiempo es una magnitud física con la que se mide la duración de los acontecimientos sujetos a cambio de posición, y también la separación entre dos sucesos. En todos los sistemas sujetos a observación, el tiempo mide el período que transcurre entre un estado X del sistema y el instante Y en el que en que se registra una variación, perceptible para un observador o para un aparato de medición.

El tiempo permite también ordenar los sucesos en secuencias, estableciendo un pasado y un futuro. Y también un tipo de eventos que no están ni en el pasado ni en el futuro respecto a otro. En mecánica clásica, esta tercera clase se llama *presente* y está formada por eventos que ocurren de modo simultáneo a uno dado. En este caso se suele decir que son eventos *contemporáneos*.

En el presente trabajo vamos en rescate del tiempo. Quizá por aquello de que *el tiempo es oro*, pensarán algunos. En ese caso deberíamos preguntarnos cosas como *¿Cuántos quilates pesa un segundo?* Pero no; nuestro trabajo va en otra dirección, y debiera titularse *En busca del tiempo perdido*; de hecho los autores tuvimos esa intención primaria, pero un tal Marcel Proust se nos adelantó y nos robó la idea.

Lo que intentamos mostrar es la importancia que puede adquirir pensar en el tiempo en aquellos hechos donde los rastros son difusos o lábiles (de alguna manera hay que calificarlos). Porque además de ser una variable presente en todos los movimientos y acciones de contacto, el tiempo establece relaciones entre ellos debido a que, entre otras cosas, son contemporáneos, suceden en el mismo tiempo. O en tiempos que si bien son distintos, está relacionados de una manera determinada y acotada.

El objeto de este trabajo es entonces reflexionar acerca de la consideración del tiempo en el modelo matemático de reconstrucción analítica del siniestro (en adelante *el modelo*), y mediante un sencillo caso práctico –y real, porque nos ocurrió–, poner de manifiesto su potencialidad. El tiempo como variable es un rastro indeleble, algo que une la acción de los protagonistas y se refleja también en la magnitud de las huellas que dejaron al maniobrar y colisionar.

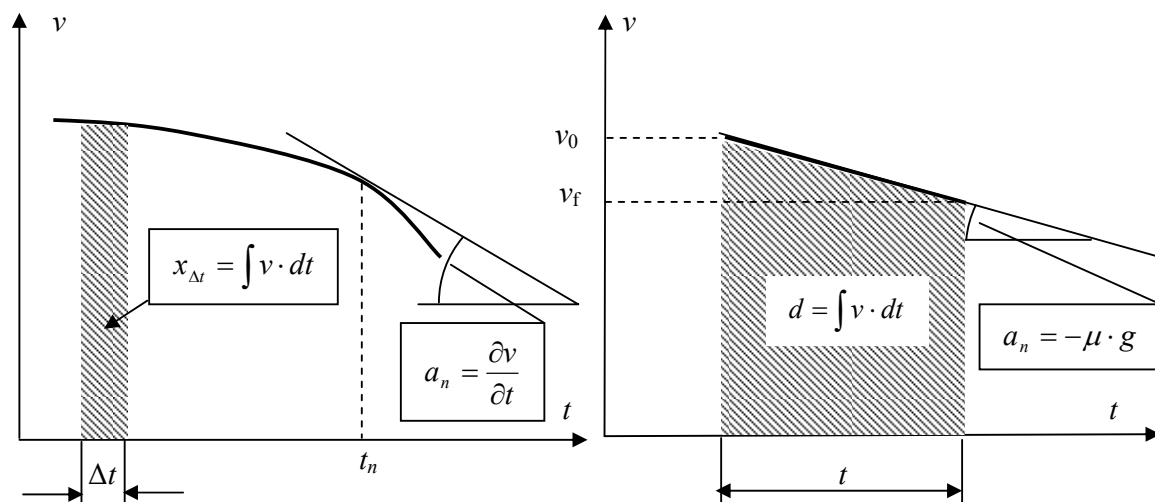
2.- EL TRATAMIENTO ANALÍTICO Y GRÁFICO DE LAS FUNCIONES DEL TIEMPO.

La definición precisa de velocidad es *la derivada del espacio respecto del tiempo*. Usando la notación convencional resultará $\frac{\partial x}{\partial t}$. De igual manera se puede concebir a la aceleración como

derivada de la velocidad o *segunda derivada* $\frac{\partial^2 x}{\partial t^2}$. En todos los casos el tiempo es la base de referencia que marca el cambio (de posición en el espacio, de velocidad, etc.).

Es entonces posible representar las tres funciones ($x(t)$, $v(t)$ y $a(t)$) como funciones continuas y derivables, todas ellas en función del tiempo. De todas ellas elegimos la segunda porque nos permite en un solo gráfico representar a las tres (con un poco de imaginación y algo de geometría analítica). Así un gráfico contiene en la línea continua de la función la variación de la velocidad, en la pendiente de la tangente la aceleración en ese instante t (su derivada). Y en el área encerrada bajo la curva, el espacio x recorrido en un dado intervalo Δt (la integral definida).

Esta cualidad de la curva $v(t)$, nos permite establecer de manera rápida relaciones en casos de movimientos simples como son los movimientos uniformes (de velocidad constante) y uniformemente acelerados (aceleración constante). Consideremos el caso de un desplazamiento que se inicia con velocidad v_0 , desacelerando con aceleración $[\mu \cdot g]$ y que finaliza con velocidad $v_f > 0$. Todo ello se puede representar gráficamente.



Conociendo el significado de esta simbología de representación, podemos decir con soltura ahora, que el espacio recorrido es la suma de las áreas de un rectángulo ($v_f \cdot t$) y de un triángulo [$\frac{1}{2} (v_0 - v_f) \cdot t$], con lo que nos será fácil deducir que $d = \frac{1}{2} (v_0 + v_f) \cdot t$. Además podemos también escribir que la aceleración es la variación de velocidad en el tiempo, o sea $\mu \cdot g = (v_0 - v_f) / t$, de modo que reemplazando nos quedará:

$$d = \frac{v_0 + v_f}{2} \cdot \frac{v_0 - v_f}{\mu g}, \text{ que por factoro resultará } = \frac{v_0^2 - v_f^2}{2\mu g}, \text{ una forma reconocible en el}$$

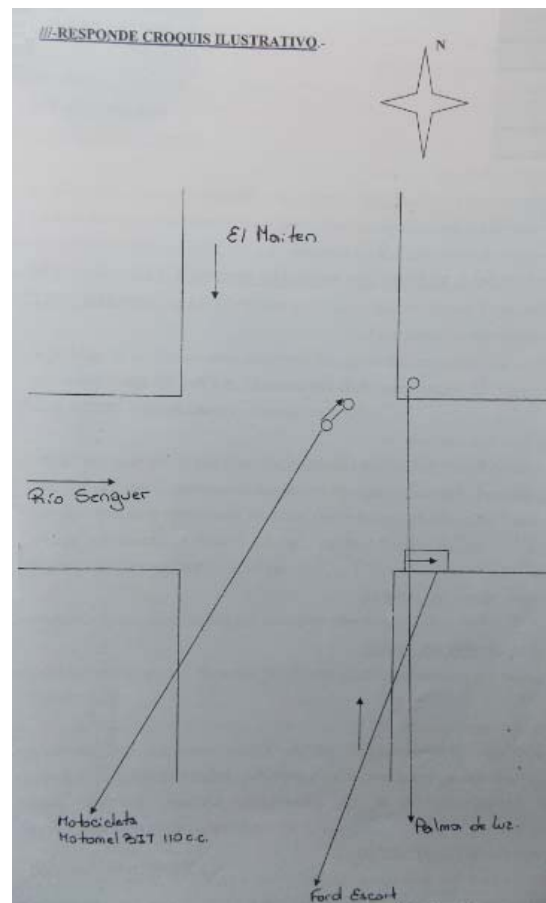
mundo de la reconstrucción de siniestros viales.

Lo que hemos querido demostrar es que la representación de la función $v(t)$ nos permite configurar situaciones de cualquier índole, y de ella deducir de manera sencilla ecuaciones y relaciones matemáticas que ligan la velocidad, el espacio, la aceleración y el tiempo.

Veamos como podemos hacer de esta cualidad una herramienta virtuosa

3.- UN CASO CON LIMITACIONES

Una más que pobre instrucción policial nos da cuenta que se ha producido una colisión entre una motocicleta de baja cilindrada, (Motomel, modelo Bit 110 c.c.), y un automóvil mediano (Ford, modelo Escort LX). Una idea de la pobreza a la que aludimos la da el croquis de la escena pos siniestro.



Del texto de la instrucción policial deducimos que antes de impacto, el automóvil que circulaba por la calle El Maitén (doble mano) hacia el Sur, realizaba una trayectoria curva para tomar la calle Río Senguer hacia el Este (único sentido de circulación permitido). En el final de la trayectoria pre impacto, realizó una frenada de pánico, bloqueando sus ruedas e imprimiendo huellas de neumático sobre el asfalto, cuyas longitudes no fueron relevadas.

El informe sobre los daños reconocibles como consecuencia de la colisión indica el desprendimiento del paragolpes delantero, rotura del radiador, hundimiento del guardabarros delantero derecho, desprendimiento de la óptica derecha, rotura del faro de giro derecho, y una desalineación de la puerta delantera derecha. Cae de maduro que el sistema de frenos funcionaba correctamente.

También de la instrucción policial se puede saber que antes de impacto, la motocicleta realizó una frenada de pánico, imprimiendo huellas de neumático sobre el asfalto, cuyas longitudes y posición no fueron relevadas. Se sabe también del informe policial, que la motocicleta quedó detenida muy cerca del punto de impacto, en tanto el automóvil continuó su marcha y se detuvo unos metros más adelante, de manera controlada aparentemente.

Los daños sufridos por la motocicleta incluyen la rotura del carenado, del cubre óptica, y del guardabarro delantero, el manubrio y ambos barrales quedaron doblados, así como la llanta delantera. Sufrieron daños también elementos accesorios menores como los faros de giro, óptica, tablero de instrumental, etc. Si bien no se pudo verificar el estado de los frenos, es lógico inferir su aceptable funcionamiento.

El informe médico-forense da cuenta que el motociclista –un adolescente de 15 años-, sufrió como lesiones biomecánicamente relevantes, *traumatismo de cráneo con pérdida fugaz del conocimiento a pesar del uso del casco*, y *fractura sub-trocantérica del fémur izquierdo*, cuyo *mecanismo productor* define como *contuso torsional*. Ello presupone un desplazamiento violento de la pierna izquierda hacia el costado izquierdo y hacia atrás, muy posiblemente combinado con el aprisionamiento del pie.

El hecho ocurrió de noche y las fotografías de los móviles protagonistas y el lugar del hecho fueron tomadas con nula profesionalidad, tanto por el ángulo y encuadre, como por la iluminación y exposición. En síntesis, se puede apreciar poco y nada. Pese a ello se puede estimar la longitud de la huella de bloqueo dejada por el automóvil en un rango de 1 a 4 metros, que finaliza en el probable punto de impacto, *evidenciado por el depósito de agua del radiador y la finalización de la huella*. Por otra parte se puede apreciar que la huella dejada por la motocicleta tiene una longitud que se puede estimar en el rango de 6 a 10 metros, es paralela a la vereda Este y se encuentra a unos tres metros del cordón.

Así, con estos elementos, el Tribunal encomienda establecer la velocidad de ambos vehículos en los instantes previos al hecho, analizar las causas del mismo y establecer elementos que sirvan para dar medida de las responsabilidades de los protagonistas.

4.- ESQUEMA DE ANALISIS

“...los datos obrantes en el expediente ...resultan ser insuficientes para realizar cálculos físico-matemáticos tendientes a establecer la velocidad ...ya que, si bien existen huellas de frenada, (observadas en las fotografías), no se cuenta con la longitud de las mismas.”

El clásico *no se puede*, tan higiénico para el cuidado de las manos de los investigadores, que inunda nuestros expedientes judiciales. Así finaliza un texto de cuatro carillas en los cuales se dice mucho acerca de lo que ya sabemos a esta altura y con estos datos: *la motocicleta chocó con el automóvil*.

Quizá la existencia de huellas de bloqueo nos impulsen de manera irrefrenable a aplicar fórmulas –las más conocidas y menos entendidas, muy posiblemente-. En ese caso, si no podemos contener nuestras ansias formulísticas, obtendremos resultados que, lo más probable, no podamos relacionar con nada. En ese caso es posible que se los atribuyamos a la derivada del

espacio respecto del tiempo de los móviles. Nuestra tarea podría quedar concluida de manera tan rápida como incierta.

Vamos a trabajar con criterio. Intentaremos reconstruir lo que se pueda reconstruir de este hecho, empleando nada más que los elementos de evidencia que nos proveen (olvidándonos de la poca diligencia del funcionario policial, y de la virtuosidad de su progenitora). Y forzando nuestra cabeza para tratar de armar el rompecabezas que nos propone el caso. Además con datos tan poco precisos, no pretendemos más que encontrar un rango de resultados fiables. La precisión la dejamos para otro día, con mejores datos.

Abandonamos desde el vamos la intención de resolver todo de una vez, con un par de fórmulas. Una reconstrucción, como cualquier construcción física o ideológica, exige ir por pasos. Al fin y al cabo nadie construye una casa; solo cava cimientos, levanta paredes, hace conductos, instala artefactos, etc.; la casa es el resultado de esas múltiples actividades, concatenadas a lo largo del tiempo, con cierto orden y método. Vamos pues ladrillo a ladrillo.

Primero nos plantearemos la posición relativa de impacto. Establecer cómo contactan los protagonistas, conforme a los daños de los vehículos. Y como se trata de de una moto, incluimos en esos daños los del motociclista, que es parte de la “carrocería” colisionante.

Nos imaginaremos en segundo lugar la trayectoria de cada uno de los protagonistas, la línea de referencia con la que llegan al punto de impacto.

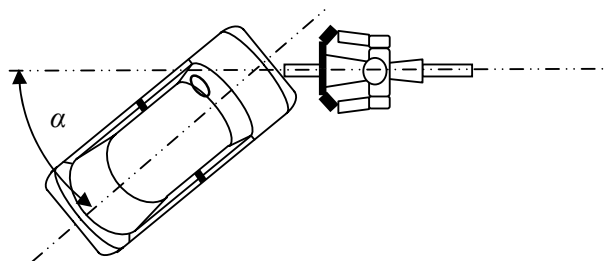
En tercer lugar trataremos de representarnos física y matemáticamente como se movieron, es decir como fueron variando las posiciones de cada uno en el tiempo, para llegar de una determinada manera y al unísono, al lugar donde colisionaron, Y también como llegaron para producirse mutuamente los daños que se produjeron.

Por último nos detendremos a pensar en la relación temporal entre ambos movimientos, los que asumimos *contemporáneos*, que sucedieron en el mismo *presente*. Y buscaremos en esa contemporaneidad, relaciones que nos sirvan para fijar los ámbitos de variación posible de los parámetros que nos interesan. Sobre todo la velocidad.

El resultado deberá ser la reconstrucción del hecho; nuestra *casa terminada*.

5.- POSICION RELATIVA DE IMPACTO

Como el automóvil describía una trayectoria curva, la que quedó inconclusa con el choque, la posición relativa debería ser frontal y oblicua con respecto de la moto, con un cierto ángulo α que forman los ejes principales de ambos vehículos entre sí.



Los daños en el automóvil nos indican que de la colisión participó el frente del mismo (rotura del radiador) con preeminencia del sector derecho. Incluso se puede inferir una importante componente de fuerza aplicada de adelante hacia atrás, al observar la repercusión en la

desalineación de la puerta y el desprendimiento de la óptica. Sobre todo considerando cierta antigüedad del rodado y un estado de conservación regular.

La moto chocó inicialmente con su rueda delantera, cuya llanta se deformó con la misma fuerza que originó el plegamiento de los barrales de suspensión y del manubrio. A su vez es claro que la pierna izquierda –muy probablemente la rodilla-, ha participado de la colisión con el vértice delantero de la carrocería del automóvil.

Conjugando todas las inferencias precedentes, deducimos que la colisión es muy aproximada al esquema de la figura e, donde nos interesa de manera fundamental establecer la magnitud del ángulo α .

6.- TRAYECTORIA DEL AUTOMOVIL

La trayectoria de la motocicleta es sencilla de determinar, es una trayectoria rectilínea, paralela al cordón de la vereda Este, con su eje a unos tres metros del mismo. En el tramo final de esa línea, según el sentido de avance de la moto, la línea está marcada por el bloqueo de los neumáticos.

La dificultad radica en estimar con cierto criterio de certeza y la mejor precisión posible, la trayectoria curva del automóvil. La falta de registro de la posición y longitud del tramo final, con huella de neumático según el texto de la instrucción policial, no nos deja otra alternativa que tratar de enmarcar un ámbito posible de esa curva.

Para esa estimación podemos partir del hecho que se trata de una curva inscrita dentro de un ángulo recto cuyos lados lo forman una paralela al eje de la calle El Maitén, separada del eje físico por aproximadamente el ancho del automóvil, y una paralela al cordón de vereda de la calle Río Senguer, asumiendo que el conductor del automóvil no iba a rozar con sus ruedas ese cordón.

En ese ángulo de 90° se pueden inscribir arcos de circunferencias y de elipses tan variados como lo permita nuestra imaginación. Pero en cualquier caso deberemos interrumpir esa trayectoria en la intersección con la de la moto (punto de impacto). Y tomar la longitud posible de ese arco de curva para cada caso.

Una trayectoria de circunferencia perfecta es la menos probable de todas las curvas. Pero dos circunferencias concéntricas encierran el universo de curvas que podemos imaginar. Analicémoslas con detenimiento.

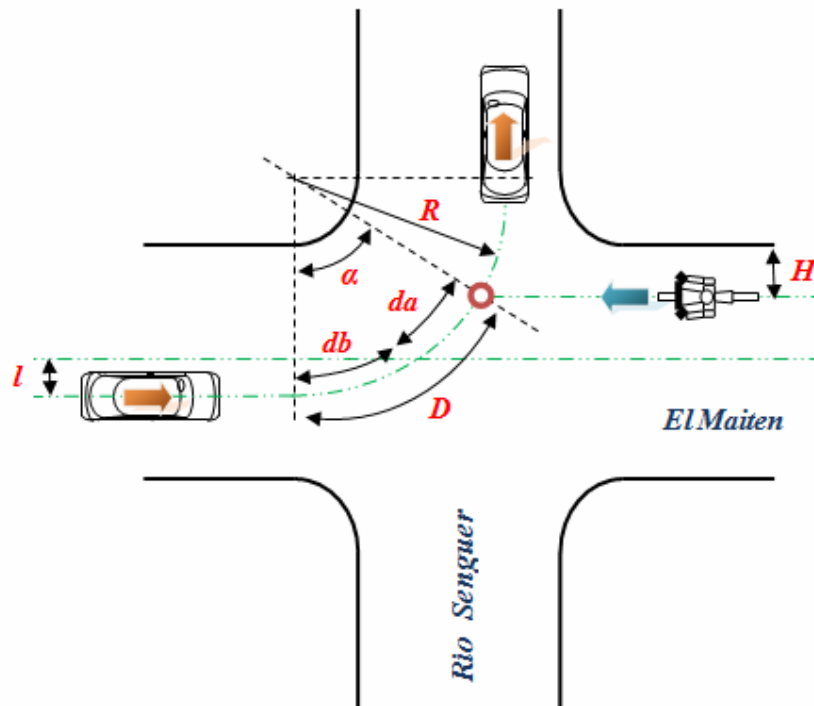
El radio R de la circunferencia más pequeña estará dado por la ecuación $R = \frac{A}{2} + l + r$, siendo A el ancho de la calle El Maitén (11,8 m), l la distancia del eje del automóvil al eje de la calle (1 m para nuestra estimación), y r el radio del cordón de la ochava (6 m). Reemplazando resultará $R = 12,5$ m.

El ángulo α está determinado por el radio R y la distancia H que hay entre el cordón de vereda y la trayectoria de la moto, mediante la ecuación $\alpha = \arccos\left(\frac{R-S}{R}\right)$; donde $S = \frac{A}{2} - H + l$.

Considerando $H = 3$ m, resulta $\cos \alpha = 0,688$ y $\alpha = 46,5^\circ$, un valor que nos resulta simpático respecto de los demás rastros relevados. La longitud de esta trayectoria curva resultará entonces

$$D = \frac{\Pi \cdot R \cdot \alpha}{180} = 10,1 \text{ m}$$

Hay otra circunferencia de mayor radio, cuyo centro se desplaza sobre la oblicua de 45° y tiene $R = 17$ metros. Haciendo los cálculos obtenemos un ángulo α de $39,6^\circ$ y una distancia $D = 11,7$ m



De manera que para nuestro modelo matemático del siniestro bajo estudio, podemos adoptar como evidencia, que el automóvil describía una trayectoria curva que, conforme a la topografía del lugar, se encuentra dentro de un rango cuyos extremos son dos arcos de circunferencias de radio R entre 12,5 a 17 metros, cuya longitud es $d_2 = 11 \pm 1$ metros. El ángulo que define la posición de impacto lo tomamos en el valor medio de los calculados ($43,5^\circ$)

7.- EL MOVIMIENTO DE LOS PROTAGONISTAS

El modelo físico matemático que representa el movimiento de la moto está determinado por la velocidad de circulación de la moto v_1 y la velocidad que tiene en el impacto v_i , luego de frenar durante un tiempo t_1 en una distancia d_1 , cuyo valor aceptable se encuentra entre 4 y 10 metros. Las ecuaciones representativas de este movimiento son las siguientes:

$$\frac{v_1 + v_i}{2} \cdot t_1 = d_1 \quad \text{y} \quad \frac{v_1 - v_i}{t_1} = \mu_1 g$$

de donde se puede despejar:

$$v_1 = \frac{d_1}{t_1} + \frac{\mu_1 g \cdot t_1}{2} \quad \text{y} \quad v_i = v_1 - \mu_1 g \cdot t_1$$

La variabilidad de los parámetros de acuerdo a las características del rodado y del hecho las adoptamos como se detalla a continuación:

Factor de desaceleración media $\mu_1 = 0,65$ (valor inferior de la tabla de *Warner* para velocidades del orden de 50 Km/h en pavimento de concreto seco).

Velocidad de circulación de la moto v_1 entre 50 y 70 Km/h (14 a 19 m/s) de acuerdo a las características de la motocicleta y del ámbito en que circulaba.

Velocidad de impacto (rango a estudiar) v_i entre 40 y 50 Km/h (11 a 14 m/s) considerando los daños en el frente de la moto y la fractura del fémur izquierdo del motociclista.

Por otra parte suponemos que el automóvil describía una trayectoria curva dentro de un rango de dos arcos de circunferencia de radio R entre 12,5 a 17 metros, cuya longitud es $= 11 \pm 1$ metros. Esta distancia está compuesta por un tramo d_a y otro d_b (la suma de ambos es d_2), y son recorridas respectivamente en tiempos t_a a velocidad constante v_2 , y t_b a velocidad variable (frenada de pánico), alcanzando una velocidad al momento del impacto v_f . Con esta secuencia se puede plantear el modelo compuesto por las siguientes ecuaciones:

$$d_2 = d_a + d_b = 11\text{m}$$

$$v_2 = \sqrt{2\mu_2 g \cdot d_b + v_f^2}$$

$$t_b = \frac{v_2 - v_f}{\mu_2 g}$$

$$t_a = \frac{v_2}{d_a}$$

adoptando los siguientes parámetros y campos de variabilidad:

Factor de desaceleración media $\mu_2 = 0,75$ (valor medio de la tabla de *Warner* para automóviles a velocidades debajo de 50 Km/h en pavimento de concreto seco).

Longitud de la huella de frenado d_b entre 1 y 4 m

El tercer elemento que permitirá determinar con cierta precisión el ámbito de posibilidad de nuestras soluciones, es la velocidad relativa de ambos rodados al momento del contacto, en la dirección de circulación de la moto. Esta velocidad relativa será la suma de la velocidad de impacto de la moto mas la componente en la dirección de su trayectoria, de la velocidad final del automóvil. Resultará entonces $v_r = v_i + v_f \cdot \cos(\alpha) = v_i + 0,725 \cdot v_f$.

8.- RECUPERANDO EL TIEMPO PERDIDO

Tenemos definidas las leyes de variación del movimiento de los dos protagonistas, cada uno por su lado, y los ámbitos razonables donde los resultados concuerdan con los rastros relevados (aún de manera borrosa).

Pensamos en el tiempo. No es muy aventurado decir que ambos movimientos son contemporáneos. Y más aún; postular que el inicio de la maniobra por parte de uno de ellos está relacionado con el tiempo y la posición (y la maniobra) del antagonista.

Nuestra tesis es que el motociclista accionó los frenos de su vehículo porque percibió que el automóvil iniciaba la trayectoria curva. Al fin y al cabo nadie acciona los frenos de esa manera porque sí; hay una razón, un imprevisto que se percibe como grave, para adoptar tal accionar.

Con esta afirmación estamos diciendo que es altamente probable, que el motociclista inició la frenada un tiempo t_r (*tiempo de reacción*) después que el automóvil iniciara su maniobra de giro. Este postulado nos permite enlazar los movimientos de ambos protagonistas con la relación:

$$t_2 = t_1 + t_r$$

Podemos entonces ir operando con cada uno de los modelos construidos, incluyendo esta relación. Comenzamos por el movimiento de la motocicleta, y para ello combinamos las distintas velocidades posibles v_1 y v_i . Ello nos dará para cada combinación un tiempo de maniobra y una longitud de huella que definirá lo aceptable-inaceptable de cada suposición; menor a 4 o mayor a 10 metros saca a esa combinación del rango de casos posibles. Estos son los valores determinados.

$\mu =$	0,65			
$\mu \cdot g =$	6,3765			
$D_{\min} =$	4	$D_{\max} =$	10	
v_j	v_i	t_j	d_j	
14	10	0,63	7,53	posible
14	11	0,47	5,88	posible
14	12	0,31	4,08	posible
14	13	0,16	2,12	inaceptable
16	11	0,78	10,59	inaceptable
16	12	0,63	8,78	posible
16	13	0,47	6,82	posible
16	14	0,31	4,70	posible
18	14	0,63	10,04	inaceptable
18	13	0,78	12,15	inaceptable
18	12	0,94	14,11	inaceptable
18	11	1,10	15,92	inaceptable

Descubrimos que pese a la amplitud del rango supuesto, los valores posibles de velocidad no son tan dispersos. Y además los aceptables incluyen tiempos de maniobra de 0,63 a 0,47 segundos. Asumiendo un tiempo de reacción de 0,5 segundos (la moto comenzó a dejar la huella medio segundo después de que el motociclista percibiera la maniobra de giro del automóvil), deducimos que el tiempo de maniobra total del automóvil es $[t_2 = 0,5 + t_1]$.

Con este valor de restricción desarrollamos el modelo de movimiento del automóvil en una planilla de cálculos, en la que asumimos distintos valores de la distancia de circulación en la curva a velocidad constante d_a , de la que se deduce la longitud de huella de frenado (d_b , que debe estar entre 1 y 4 metros). Tomamos como constantes del cálculo el tiempo de duración determinado anteriormente, y un valor de velocidad final que fijamos a priori y nos servirá para explorar distintas soluciones. Operando el modelo descubriremos que ese valor es uno y solo uno para cada conjunto de parámetros.

Con estos datos podemos aplicar las ecuaciones del modelo, estimar la velocidad inicial v_2 los tiempos t_a y t_b , y la distancia d_a calculada, que debería coincidir con la supuesta. Así determinamos un campo de soluciones válidas a aquellas que presentan una diferencia entre el valor de d_a supuesto y el calculado menor al 10%.

En la primera corrida asumimos un tiempo total de 1,13 segundos. El valor de velocidad final que nos devuelve un lote aceptable de soluciones es 7,5 m/s.

Análisis del auto			VARIANTE 1		
$\mu =$	0,75		$t_2 =$	1,13	s
$\mu \cdot g =$	7,3575	m/s ²			
$d_2 =$	11	m	$v_f =$	7,5	m/s
d_a sup	d_b	v_2	t_b	t_a	d_a aparente
10,00	1,00	8,4	0,13	1,00	8,44 inaceptable
9,75	1,25	8,6	0,15	0,97	8,40 inaceptable
9,50	1,50	8,9	0,18	0,94	8,35 inaceptable
9,25	1,75	9,1	0,21	0,92	8,29 inaceptable
9,00	2,00	9,3	0,24	0,89	8,23 posible
8,75	2,25	9,5	0,27	0,86	8,15 posible
8,50	2,50	9,6	0,29	0,84	8,06 posible
8,25	2,75	9,8	0,32	0,81	7,97 posible
8,00	3,00	10,0	0,34	0,78	7,86 posible
7,75	3,25	10,2	0,37	0,76	7,75 posible
7,50	3,50	10,4	0,39	0,74	7,64 posible
7,25	3,75	10,6	0,42	0,71	7,52 posible
7,00	4,00	10,7	0,44	0,69	7,39 posible

De acuerdo con los resultados el valor más probable es el relacionado con una huella de 3,25 metros y una velocidad inicial del automóvil de 10,2 m/s (37 Km/h).

Para la segunda corrida del modelo asumimos un tiempo total de 0,97 segundos, para el cual la velocidad final aceptable es de 9,5 m/s.

Análisis del auto			VARIANTE 2		
$\mu =$	0,75		$t_2 =$	0,97	s
$\mu \cdot g =$	7,3575	m/s ²			
$d_2 =$	11	m	$v_f =$	9,5	m/s
d_a sup	d_b	v_2	t_b	t_a	d_a aparente
10,00	1,00	10,2	0,10	0,87	8,91 inaceptable
9,75	1,25	10,4	0,13	0,84	8,81 posible
9,50	1,50	10,6	0,15	0,82	8,70 posible
9,25	1,75	10,8	0,17	0,80	8,59 posible
9,00	2,00	10,9	0,20	0,77	8,48 posible
8,75	2,25	11,1	0,22	0,75	8,35 posible
8,50	2,50	11,3	0,24	0,73	8,23 posible
8,25	2,75	11,4	0,26	0,71	8,09 posible
8,00	3,00	11,6	0,28	0,69	7,95 posible
7,75	3,25	11,8	0,31	0,66	7,81 posible
7,50	3,50	11,9	0,33	0,64	7,66 posible
7,25	3,75	12,1	0,35	0,62	7,51 posible
7,00	4,00	12,2	0,37	0,60	7,35 posible

En este caso la longitud de huella más probable es de 3 metros con una velocidad inicial del automóvil de 11,6 m/s (42 Km/h)

9.- RESUMEN Y CONCLUSIONES

La corrida del modelo desarrollado permite concluir primariamente- VARIANTE 1- en que para un tiempo t_1 de 0,63 segundos, resulta una velocidad de circulación de la moto v_1 de 14 a 16 m/s (50 a 58 Km/h), con una velocidad al final de la frenada de 10 a 12 m/s (36 a 44 Km/h), y una velocidad del automóvil del orden de los 37 Km/h.

En la otra variante- VARIANTE 2- para un tiempo t_1 de 0,47 segundos resulta también una velocidad de circulación de la moto v_1 de 14 a 16 m/s (50 a 58 Km/h), con una velocidad al final de la frenada de 11 a 13 m/s (40 a 48 Km/h), y una velocidad del automóvil de 42 Km/h.

La velocidad relativa de impacto entre ambos rodados en la dirección de circulación de la moto, que surge de aplicar la ecuación $v_r = v_i + 0,725 \cdot v_f$, arroja un valor medio de 66,8 Km/h, con más o menos 4 Km/h de indeterminación en el primer caso, y 74,5 Km/h, con más o menos 4 Km/h. Este último rango de valores resulta excesivo para producir los daños observados en ambos vehículos y las lesiones del motociclista.

En resumen, el análisis realizado permite afirmar que los parámetros más probables de la mecánica de este hecho son una velocidad de circulación de la moto en el rango de 50 a 58 Km/h, y del automóvil en el orden de los 37 Km/h. No cabe duda que el hecho desencadenante del siniestro ha sido la maniobra de giro a la izquierda realizado por el automóvil.

Para dar una idea de lo imprevisible que significó dicha maniobra para el motociclista, se puede referir que considerando una velocidad media de 15 m/s (54 Km/h), la longitud de frenada sería de 8,15 metros, el tiempo de 0,63 segundos. Si se le adiciona un tiempo de reacción de 0,5 segundos (tiempo total de maniobra 1,13 segundos), la moto se encontraba a una distancia de entre 15 y 16 metros del punto donde se produjo la colisión, cuando el automóvil inició la maniobra de giro a la izquierda.

Este trabajo permite concluir que, a los fines de la metodología del análisis y la reconstrucción, la modelación matemática tiene la posibilidad de superar los límites de la interpretación de rastros no claramente definidos, sobre todo cuando se analizan los movimientos de los protagonistas en el tiempo, y se enlazan los períodos de duración de cada uno de ellos a través de las acciones y reacciones que determinan ciertas conductas.

El tiempo es un rastro. Y está inserto de manera implícita en cada uno de los fenómenos físicos que preceden y ocurren en la colisión. La consideración de la *variable tiempo* en la modelación matemática abre espacios de análisis amplios y ajustados. Los resultados calibrados en el tiempo son muy exactos, incluso –y sobre todo-, cuando se dispone de una colecta de rastros plagada de carencias.

Es posible que a esta altura Ud. dude en si leer este trabajo, analizarlo y tratar de asimilarlo para su práctica cotidiana, implicó ganar o perder el tiempo. En ese caso le proponemos interrogarse acerca de dónde guardaría el tiempo que no pierde.

Puerto Madryn – Buenos Aires. Julio-Octubre de 2014.-----