

# LA COLISIÓN DE MASAS DISÍMILES

Ing Aníbal O. García  
[agarcia@perarg.com.ar](mailto:agarcia@perarg.com.ar)

En un artículo anterior<sup>(1)</sup>, desarrollamos los conceptos de energía disponible y restitución aplicado a una colisión de dos vehículos con gran diferencia de masa. Al finalizar el mismo nos planteamos algunos interrogantes que trataremos de analizar en el presente ensayo, apuntando a clarificar aquellos aspectos específicos de una *colisión de masas disímiles*, que permiten simplificar el modelo analítico, tal como hicimos entonces.

Empleamos entonces un *modelo matemático amplio*, constituido por un sistema de nueve ecuaciones, que nos proporciona resultados nítidos para establecer el coeficiente de fricción medio del camión  $u_2$ , la distancia recorrida hasta el punto de reposo  $\Delta x$ , lo que nos determinaba a su vez el punto de impacto, y un valor probable de trabajo de deformación disipado en la colisión  $L$ . Todo ello en función de la masa del camión, de la cuál deducíamos que debía encontrarse entre 10 y 12 toneladas, muy probablemente más cerca del primer valor.

Recordamos asimismo haber asumido a priori un coeficiente de fricción lateral  $u_1$  en el desplazamiento del Ford Orion de 0,75, y en un rápido análisis *ex-post*, observamos que para un rango de variación de ese coeficiente entre 0,55 y 0,75, los resultados eran muy estables, de manera tal que teníamos como un entorno altamente probable para el caso analizado, y con los elementos de evidencia relevados, los valores de  $u_1 = 0,75$ ,  $L = 130$  kJ,  $e = 0,20$  y  $v_2 = 16,5$  m/s, con lo que se determinaba la velocidad del camión al momento del impacto entre 55 km/h y 60 km/h.

En el presente trabajo abordamos una suerte de refinamiento de los resultados, intentando entender su significado, y explorar los límites de su utilización en el análisis de los siguientes tópicos:

- 1.- por qué el valor de trabajo de deformación en el impacto, que fue asumido sin demasiado cálculo ni precisión, tiene escasa influencia en la velocidad de impacto del camión.
- 2.- por qué el choque, que observado desde los daños del lateral derecho del Ford Orión parece ser de naturaleza altamente plástica, el coeficiente de restitución es de por lo menos 0,20.
- 3.- hasta qué punto se puede justificar la hipótesis de colinealidad del impacto, asumida inicialmente.

---

<sup>(1)</sup> Ing Anibal O. García - *ENERGÍA DISPONIBLE Y RESTITUCION DURANTE LA COLISIÓN* - [www.perarg.com.ar](http://www.perarg.com.ar)

## LOS TÉRMINOS SIGNIFICATIVOS EN EL ANÁLISIS DE ENERGÍA

Cómo el lector avisado ya ha decodificado, la base del análisis del artículo referido en el inicio de este trabajo es el principio de conservación de la energía mecánica durante la colisión. Este principio sostiene que la energía cinética del sistema al inicio del impacto, es igual a la que se puede medir al finalizar el mismo, sumada al trabajo de deformación. Es decir:

$$E = E' + L_D$$

En el caso particular analizado, donde la velocidad del Ford Orion es nula en la dirección del camión. Equiparando la energía cinética post impacto de ambos rodados al trabajo de fricción que desarrollan hasta alcanzar el punto de reposo, la ecuación anterior puede escribirse como:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} m_2 v_2^2 &= m_1 g u_1 \Delta x + m_2 g u_2 \Delta x + L_D \\ v_2^2 &= 2 (m_1/m_2) g u_1 \Delta x + 2 g u_2 \Delta x + 2 L_D/m_2 \end{aligned}$$

Con los valores deducidos se puede tomar una idea de la incidencia de cada uno de los tres términos en la velocidad del camión. Así como  $m_1 = 1.300$  kg y  $m_2 = 10.000$  kg, resulta  $m_1/m_2 = 0,13$ . Esta relación, inserta en la ecuación, indica que frente a un dado valor de  $u_2$  el coeficiente de fricción valor de  $u_1$  incide en un 13 % de su valor. Los resultados numéricos expresados al final de la introducción se explican en esta relación.

Por otra parte, la suposición de un trabajo de deformación  $L_D = 130.000$  J, indica una energía específica (por unidad de masa del camión)  $L_D/m_2 = 13$  J/kg. Frente a este valor, con un desplazamiento  $\Delta x = 17$  metros, resulta  $[g u_2 \Delta x] = 100$  J/kg. Nuevamente encontramos una relación de 0,13 a 1. El lector que se tome la molestia de hacer una simple cuenta encontrará que una variación de 10 kJ en más o en menos, de la estimación de la energía absorbida en deformación, incide en aproximadamente un 0,5 % en la variación de la velocidad resultante.

### 1ª Conclusión

En una colisión colineal entre dos vehículos de masa disímiles, -con relación de masas 1:6 o superior-, el factor determinante, el que contribuye de modo decisivo en la estimación de la velocidad del vehículo de mayor porte, es el coeficiente de fricción atribuible a ese vehículo. El trabajo de fricción del vehículo menor embestido, y el trabajo de deformación en ambos, inciden con valores de segundo orden en la ecuación de conservación de la energía.

La conclusión anterior debe interpretarse en el sentido de que estimaciones aproximadas de los factores de menor incidencia, son suficientes para ajustar el valor final. Decimos *estimaciones aproximadas*, y no *ignorancia de los fenómenos*. A modo de ilustrar la diferencia entre una y otra práctica, se puede calcular que en el caso analizado, y con los valores alcanzados, estimar con un error del 20 % en cada uno de los factores secundarios, induce un error máximo del 2 % en el valor final de velocidad; ignorarlos (lo que equivale a estimar como “cero” ambos fenómenos) elevaría ese error en el resultado final al 12 %.

## LA ELASTICIDAD Y PLASTICIDAD DEL CHOQUE

No podría dejar de manifestarse sorpresa al enunciarse que el coeficiente de restitución es muy probablemente del orden de 0,20, cuando el sector impactado del Ford Orión, el lateral derecho, presenta un alto grado de destrucción y deformación. Alguien familiarizado con el análisis de colisiones de automóviles y del efecto de la deformación en la estimación de parámetros cinemáticos, debería suponer a priori un valor muy por debajo de 0,1, característica de un choque altamente plástico.

Ese es el punto; establecer si estamos en presencia de un choque plástico, o existen fuertes componentes de elasticidad en el mismo, siendo el coeficiente de restitución  $e$  la medida de la elasticidad-plasticidad de la colisión. Este tema ya lo hemos tratado<sup>(2)</sup>, y mostrando que más allá de las dificultades para determinar su valor, éste disminuye exponencialmente con el incremento de la velocidad del impacto. El tema es aceptar que en una misma colisión, y sobre todo en una de masas disímiles, coexisten comportamientos de uno y otro tipo, y que esto en nada contradice la teoría preexistente. En el presente apartado trataremos este punto.

Si se acepta que en la colisión colineal se conserva el impulso lineal (o cantidad de movimiento), la variación de velocidad resulta inversamente proporcional a las masas de los rodados. Es decir se puede escribir la relación:

$$\Delta v_2 / \Delta v_1 = m_1 / m_2$$

de la que se deduce que el camión (disminuye) su velocidad un 13 % de lo que la incrementa el Ford Orion. En números, y para los valores resultantes del análisis original, resulta  $\Delta v_1 = 15,8$  m/s y  $\Delta v_2 = 2,1$  m/s. Para cualquiera de los modelos mencionados en el artículo citado, corresponden valores de restitución propios de un régimen plástico y elástico respectivamente.

¿Y cuál es el coeficiente aplicable al sistema que colisiona?. El análisis realizado por Howard y otros autores relaciona los coeficientes de cada uno de los vehículos y sus masas en la relación (escrita con la simbología adoptada en este caso):

$$e^2 = 1 + [m_2 (e_1^2 - 1) + m_1 (e_2^2 - 1)] / [m_1 + m_2]$$

De esta expresión, despejando se puede concluir que si  $e_1$  fuera 0,08, el valor de  $e_2$  sería de 0,546. Esto indicaría que la deformación residual en el camión, más precisamente en su estructura debería ser muy pequeña. Observemos las fotos del mismo, y saquemos conclusiones.

### 2ª Conclusión

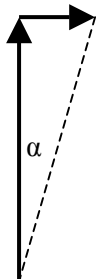
El grado de elasticidad en la deformación de un vehículo en una colisión es función de la relación de masas, y en consecuencia, las deformaciones de los vehículos en un caso de masas disímiles, pueden corresponder a estados de elasticidad y plasticidad significativamente distintas.

---

<sup>(2)</sup> Ing Aníbal O. García - **ACERCA DEL COEFICIENTE DE RESTITUCION** - La Revista N° 7- Diciembre de 2003, publicación del Consejo Profesional de Ingeniería Mecánica y Electricista de la ciudad de Buenos Aires - [www.perarg.com.ar](http://www.perarg.com.ar)

## VALIDEZ DE LA HIPÓTESIS DE COLINEALIDAD

La tercera cuestión analizada remite a la hipótesis de colinealidad del impacto, asumida inicialmente. Como se recordará, en un choque ortogonal la única posibilidad de que se cumpla perfectamente la condición de colinealidad, es que el rodado embestido, el Ford Orión en nuestro caso, se encuentre detenido.



Veremos que en nuestro caso, la diferencia de masas contribuye a aproximar a esa condición ideal, aún cuando la velocidad del embestido no sea nula. En efecto, la composición del impulso del sistema dará un ángulo cuya tangente es el cociente entre el impulso del embestido y el del embestidor.

La condición ideal es ángulo nulo, tangente del ángulo, también nula. Por lo tanto podemos decir que la *colisión tiende a ser colineal cuando la tangente tiende a cero*. Esto matemáticamente se escribe:

$$[m_1 v_1]/[m_2 v_2] \rightarrow 0$$

que en el caso analizado se reduce a:

$$0,13 [v_1/v_2] \rightarrow 0$$

y bastará que la relación de los módulos de velocidad sea 0,5 para que el cociente sea 0,065, que como tangente corresponde a un ángulo menor a 4°. Se puede aceptar entonces como una buena aproximación para las precisiones exigidas en la reconstrucción de los hechos de tránsito, que valida la hipótesis inicial. (La estimación de la velocidad del Ford Orión al iniciarse el contacto quedará para un trabajo acerca del análisis del choque ortogonal).

### 3ª Conclusión

En una colisión ortogonal de masa disímiles la condición de colinealidad está determinada en primera instancia, por la relación de masas de los vehículos

## CONSIDERACIONES FINALES

Una colisión entre vehículos de masas disímiles, en las que el rodado de mayor porte posee la mayor velocidad, tiene características que favorecen su tratamiento simplificado. Como hemos visto, en el caso que el vehículo mayor colisiona con su frente el lateral de otro menor, aún cuando este último se encontrara en movimiento, es posible dentro de determinados parámetros, asimilarlo a una colisión colineal de masas puntuales.

El choque colineal de masas disímiles puede ser analizado con una gran independencia de fenómenos, como es el caso de la energía disipada en deformación. A su vez se vuelve muy dependiente de algún parámetro, en nuestro caso el coeficiente de fricción del camión en la trayectoria post impacto.

También caracteriza a las colisiones de masas disímiles, el hecho de que la energía disponible para ser disipada en la colisión es una fracción menor de la energía pre impacto del sistema. Por otra parte, es altamente probable que el móvil de mayor dimensión no sobrepase rangos de variación de velocidad que lo ubiquen muy alejado del período elástico. Ambos hechos coinciden en configurar un valor significativo del coeficiente de restitución, que permite utilizarlo como un factor adicional de evaluación.

Como se puede verificar en el caso analizado, el incorporar el coeficiente de restitución al estudio, permite tener una referencia para consolidar la apreciación del parámetro crítico, en este caso el coeficiente de fricción del camión. Normalmente el mínimo valor de restitución encontrado puede ser asociado a la situación más probable dentro del modelo considerado.

Veamos algunos parámetros resultantes del análisis. El modelo considerado da como factibles, entre otros, los siguientes parámetros:

masa del camión $m_2$ [Ton]	<b>8</b>	<b>10</b>	<b>12</b>
coeficiente de restitución $e$	0,290	0,200	0,204
coef de fricción del camión $u_2$	0,5	0,6	0,6
desplazamiento $\Delta x$ [metros]	18,0	18,0	18,5
velocidad de impacto del camión $v_2$ [m/s]	<b>15,7</b>	<b>16,5</b>	<b>16,4</b>

Hemos considerado como combinación más probable la segunda columna ( $m_2 = 10$  T), que corresponde al valor de  $e$  más bajo de la serie. Otra combinación matemáticamente posible es la de  $m_2 = 8$  T, pero en este caso el coeficiente es significativamente superior; 0,29.

Debe tenerse presente que en todos los casos la velocidad post impacto del Ford Orion es la misma, ya que depende de un coeficiente de fricción que en este análisis no varía; es siempre 0,75. Por otra parte en esta combinación se reduce la masa posible del camión. Replanteando todo el análisis, se obtendría un valor de  $e_2$  de 0,75; muy poco probable.

En esta serie de ensayos nos hemos propuesto mostrar la existencia de tres columnas conceptuales de la física del choque, aplicables a la investigación y reconstrucción de hechos de tránsito. Ellas son la conservación del impulso (momentum o cantidad de movimiento), la conservación de la energía mecánica y la restitución.

Algunas corrientes pseudo científicas se han concentrado en la discusión sobre cual es la “fórmula” mejor, la más acertada o las más precisa, y cuál la más errática. Estas corrientes suelen pasar por alto que la aplicación práctica de cualquiera de estos principios conlleva un alto grado de indeterminación técnica, lo que acarrea fatalmente incertidumbre en los resultados.

La metodología que preconizamos admite la incerteza como punto de partida, y utiliza las relaciones que vinculan de a dos a cada una de las aplicaciones derivadas de esos principios. Así se pueden construir relaciones técnicas entre ecuaciones derivadas de la energía y del impulso, del impulso y de la restitución, y de la restitución y la energía mecánica, disponiendo en los hechos de hasta seis sistemas de generación de ecuaciones aplicables al estudio físico de las colisiones.

Con más herramientas científicas, el investigador depende cada vez menos de los misterios de la tecnología; no *debe adivinar* los coeficientes de fricción, ni conocer con precisión los coeficientes de rigidez de una representación de la deformación. Y al no depender de la “*adivinación*”, puede construir explicaciones más transparentes y eficaces de la mecánica de una colisión.

La inserción de la restitución junto a los principios conservativos, permite introducir el análisis de la rigidez de las estructuras de los vehículos, incluyendo las estructuras no deformables como los chasis de ómnibus, camiones y coches ferroviarios, y así reemplazar recetas mágicas por porciones crecientes de conocimiento científico.

El modelo de choque de vehículos de masa disímiles, está presente en la inmensa mayoría de los automóviles chocados lateralmente por camiones y ómnibus. Puede también asociarse a los atropellos de peatones, ciclistas y motociclistas por parte de automóviles y pequeños utilitarios. En todos estos casos la relación de masas normalmente es superior a la relación 1:6 mencionada como posible límite de esta caracterización. Y en el caso de peatones y bicicletas, embestidas lateralmente, las velocidades de éstos son muy pequeñas respecto al rodado embestidor, permitiendo la aplicación –con sus propias restricciones-, de las hipótesis simplificatorias del modelo colineal de la colisión.

Buenos Aires, Mayo de 2007.-----